

به نام خدا

تمرین سری اول (موعد تحویل ۴ شنبه ۷ آبان ساعت ۵ بعد از ظهر)

لطفا نکات زیر را در نظر داشته باشید:

- لطفاً تصویر کدهای MATLAB که می‌زنید را در گزارشتان قرار دهید.
- برای این که بدانید فرمت یک گزارش مناسب برای بنده چگونه است، پاسخ سوال ۱ را به صورت کامل در اختیارتان قرار داده‌ام.
- با این که پاسخ سوال ۱ در اختیارتان قرار گرفته، ولی شما مجدد خودتان آن را شبیه‌سازی کنید و در گزارشتان هم بیاورید.
- تمامی گزارش‌ها و کدها را شخصاً بررسی می‌کنم تا ایرادات آن را خدمتتان بازخورد دهم.
- قطعاً یکی از مهمترین دستاوردهای این درس تقویت مهارت کدزنی شما در محیط MATLAB خواهد بود. سعی کنید مرتب و مازولار کد بنویسید تا هر کسی با دیدن کد شما به راحتی هدفتان را درک کند.
- به خاطر داشته باشید کدهای متلب را نیز به همراه گزارش در ایلرن آپلود کنید.

۱- مدل مساله‌ی سنجش هوشیاری که در جلسه‌ی دوم درس مطرح شد را در نظر بگیرید.

در این تمرین فقط داده‌های این مساله ($X^{(k)}$) را به صورت شبیه‌سازی تولید می‌کنیم و قصد حل کردن مساله را نداریم!

فرض کنید سیگنال EEG دارای $N = 16$ کانال می‌باشد. داده‌ها به $K = 11$ پنجره‌ی زمانی بدون همپوشانی و هر پنجره شامل $T_{win} = 100$ سمپل تقسیم شده‌اند. سیگنال‌ها در هر پنجره‌ی زمانی به صورت زیر مدل می‌شوند:

$$X^{(k)} = A^{(k)}S^{(k)} + Noise^{(k)} \quad (1)$$

و تعداد منابع در پنجره‌ی زمانی k م را به صورت $M_k = 2 + |k - 6|$ می‌باشد.

- درایه های ماتریس های مخلوط کننده ی $A^{(k)}$ را به صورت تصادفی از متغیر تصادفی گوسی با میانگین صفر و واریانس یک انتخاب کنید.

- از سیگنال های تک تُن سینوسی برای تولید ماتریس های منابع $S^{(k)}$ استفاده کنید. طبیعتا اگر فرکانس ها را مختلف در نظر بگیرید منابع ناهمبسته خواهند شد. بعد از تولید $S^{(k)}$ چک کنید ماتریس $R_S^{(k)}$ قطری شود.

- ماتریس $R_L^{(k)} = A^{(k)} R_S^{(k)} A^{(k)T}$ را تشکیل دهید، سپس با استفاده از دستور rank یا eig چک کنید rank آن برابر M_k باشد.

- درایه های ماتریس های نویز $Noise^{(k)}$ گوسی هستند. آنها را به گونه ای تولید کنید که ماتریس همبستگی $R_{noise}^{(k)}$ به صورت زیر شود. در واقع $R_{noise}^{(k)}$ یک ماتریس شبه قطری و اسپارس است که درایه های روی قطر آن برابر با $\sigma_{(k)}^2$ ، درایه های مجاور قطر آن برابر $\rho_{(k)}$ و در بقیه ی جاها برابر صفر است.

$$R_{noise}^{(k)} = \begin{bmatrix} \sigma_{(k)}^2 & \rho_{(k)} & 0 & \dots & 0 \\ \rho_{(k)} & \sigma_{(k)}^2 & \rho_{(k)} & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \rho_{(k)} & \sigma_{(k)}^2 & \rho_{(k)} \\ 0 & \dots & 0 & \rho_{(k)} & \sigma_{(k)}^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

مقدار $\sigma_{(k)}^2$ را در هر پنجره به صورت تصادفی و یکنواخت عددی بین [2 1] در نظر گرفته و $\rho_{(k)}$ را در هر پنجره برابر $0.2 \sigma_{(k)}^2$ در نظر بگیرید.

توجه داشته باشید که اگر ماتریس $R_{noise}^{(k)} = \sigma_{(k)}^2 I$ بود، ماتریس $Noise^{(k)}$ به راحتی توسط دستور $\frac{1}{T_{win}} \sigma_{(k)} randn(N, T_{win})$ تولید می شد. اما در شرایط فعلی، باید یک ماتریس $W^{(k)}$ در پشت این دستور ضرب کرد تا ماتریس همبستگی نویز به گونه ای که می خواهیم شود. (راهنمایی: برای به دست آوردن $W^{(k)}$ از مفهوم eigen value decomposition استفاده کنید).

بعد از تولید $Noise^{(k)}$ چک کنید ماتریس $R_{noise}^{(k)}$ مطابق رابطه ی (2) شود.

- حال طبق فرمول (1) داده های $X^{(k)}$ را تولید کنید.

۲- مدل شکل دهی پترن که در جلسه ی سوم درس مطرح شد را در نظر بگیرید. یک آرایه ی عمودی با $N = 3$ المان در نظر بگیرید. فاصله ی آنتن ها تا زمین را به ترتیب برابر $d_1 = 2$ ، $d_2 = 4$ و $d_3 = 5$ متر در نظر بگیرید.

الف) فرض کنید هر سه آنتن به صورت همزمان یک سیگنال تک تن سینوسی با فرکانس حامل $f_c = 150 \text{ MHz}$ را ارسال می کنند. پترن این آرایه را یک بار در مختصات قطبی و یک بار در مختصات دکارتی با فرض θ بین -90 تا 90 درجه رسم کنید. پترن را به گونه ای نرمالیزه کنید که ماکزیمم پترن برابر یک شود.

ب) حال فرض کنید سیگنال آنتن دوم را به گونه ای تاخیر می دهیم که معادل $\phi_2 = 30$ درجه فاز و سیگنال آنتن سوم را به گونه ای تاخیر می دهیم که معادل $\phi_3 = 45$ درجه فاز شود و سپس پترن $g(\theta)$ را تشکیل می دهیم. به دامنه ی سیگنال ها هم دست نمی زنیم و سیگنال هر سه آنتن هم دامنه هستند. همچنین سیگنال آنتن اول تاخیری ندارد. پترن $g(\theta)$ را در یک بار در مختصات قطبی و یک بار در مختصات دکارتی با فرض θ بین -90 تا 90 درجه رسم کنید.

ج) حال به صورت برعکس به قسمت ب نگاه کنید. فرض کنید پترن $g(\theta)$ را به شما داده اند و گفته اند این پترن توسط آرایه ای تشکیل شده است که آنتن دوم و سوم آن فازهای مجهول ϕ_2 و ϕ_3 را دارند و بقیه ی پارامترهای آرایه نیز مشخص هستند. مساله ی بهینه سازی که با حل آن ϕ_2 و ϕ_3 به دست می آیند را بنویسید. ما قصد حل این مساله را نداریم اما چون فقط دو مجهول داریم شکل تابع هدف را بر حسب متغیرها در فضای سه بعدی رسم کنید (بهتر است db رسم کنید). آیا تابع هدف فقط یک مینیمم دارد؟ آیا نقطه ی مینیمم متناظر با فازهای داده شده در قسمت ب است؟