

به نام خدا

تمرین سری نهم (موعد تحویل: چهارشنبه ۱۳ خرداد ساعت ۱۷)

در این تمرین می خواهیم جداسازی کور منابع را با فرض استقلال منابع حل کنیم.

ماتریس مخلوط کننده A ، ماتریس منابع S و ماتریس Noise در فایل `hw9.mat` در اختیار شما قرار داده شده است. ابتدا ماتریس مشاهدات X را با رابطه $X = AS + \text{Noise}$ به دست آورید. هم منابع و هم مشاهدات بدون نویز و هم مشاهدات نویزی را رسم کنید تا ظاهر آنها را ببینید. حال به دید جداسازی کور منابع به مساله نگاه کنید. در واقع فرض می کنیم فقط ماتریس X را داریم و تعداد منابع را هم می دانیم. استراتژی ما این خواهد بود که با ضرب یک ماتریس جدا کننده B در ماتریس X ، خروجی هایی تولید کنیم که این خروجی ها تا حد ممکن از هم مستقل باشند.

بخش اول

روش اولی که در کلاس مبتنی بر کمینه سازی D_{KL} بیان شد را پیاده سازی کنید. برای تخمین تابع رتبه از روش MSE استفاده کنید. تخمین را خطی در نظر گرفته و کرنل $k(y) = [1 \ y \ y^2 \ y^3 \ y^4 \ y^5]^T$ را برای تخمین در نظر بگیرید.

۱- ماتریس جدا کننده ای که در نهایت به دست آوردید را در ماتریس مخلوط کننده ی اصلی ضرب کنید و حاصل را گزارش کنید. ماتریس حاصل باید نزدیک به یک ماتریس permutation باشد به این معنی که در هر سطر و هر ستون فقط یک مقدار غیر صفر داشته باشد.

۲- ابهام ترتیب و همچنین ابهام scale منابع را برطرف کرده به این معنی که انرژی منابع تخمین زده شده را مساوی انرژی منابع اصلی کنید. منابع تخمین زده شده را روی منابع اصلی رسم کنید. سپس مقدار خطای زیر را گزارش کنید.

$$E = \frac{\|\hat{S} - S\|_F^2}{\|S\|_F^2}$$

۳- نمودار همگرایی (تابع هدف بر حسب شماره ی iteration) را رسم کنید.

بخش دوم

روش دومی که در کلاس مبتنی بر کمینه سازی D_{KL} ، بعد از سفید سازی داده ها بیان شد را پیاده سازی کنید (حالت deflation). توجه داشته باشید ماتریس جدا کننده ی نهایی شما حاصل ضرب ماتریس orthonormal نهایی به دست آمده از الگوریتم، در ماتریس سفید کننده است.

۱- ماتریس جدا کننده ای که در نهایت به دست آوردید را در ماتریس مخلوط کننده ی اصلی ضرب کنید و حاصل را گزارش کنید. ماتریس حاصل باید نزدیک به یک ماتریس permutation باشد به این معنی که در هر سطر و هر ستون فقط یک مقدار غیر صفر داشته باشد.

۲- ابهام ترتیب و همچنین ابهام scale منابع را برطرف کرده به این معنی که انرژی منابع تخمین زده شده را مساوی انرژی منابع اصلی کنید. منابع تخمین زده شده را روی منابع اصلی رسم کنید. و سپس مقدار خطای زیر را گزارش کنید.

$$E = \frac{\|\hat{S} - S\|_F^2}{\|S\|_F^2}$$

۳- نمودار همگرایی (تابع هدف بر حسب شماره ی iteration) را رسم کنید.

بخش سوم)

روش سومی که در کلاس ارائه شد و به ماتریس جداسازی وابسته نبود (equivariant) را پیاده سازی کنید. همه ی نتایج را مشابه قسمت های قبل گزارش کنید.

بخش چهارم)

به صورت تجربی و مقایسه ای بیان کنید کدام یک از سه روشی که پیاده کردید سریعتر همگرا شد و کدام یک کیفیت جداسازی (پارامتر E) بهتری داشت.